お詫びと訂正

『スコアアップ！数学Ⅲ実戦教室』に以下の誤りがありました
ここにお詫びし、訂正いたします

■Section　1　問題３

訂正箇所	ｐ14　問題３（２）（ｉ）
誤	$\dfrac{\beta}{\alpha}$ の偏角 θ を求めよ．　ただし，$0 \leqq \theta < \dfrac{\pi}{2}$　とする．
正	$\dfrac{\beta}{\alpha}$ の偏角 θ を求めよ．

※ただし以下の条件を削除

■Section　1　問題３

訂正箇所	ｐ16　解答（２）（ⅱ）の５行目
誤	$\dfrac{1}{\lvert\alpha\rvert}=1$ より $\lvert\alpha\rvert=3$
正	$\dfrac{3}{\lvert\alpha\rvert}=1$ より $\lvert\alpha\rvert=3$

※ $\dfrac{1}{\lvert\alpha\rvert} \to \dfrac{3}{\lvert\alpha\rvert}$　に

■Section　1　問題１２

訂正箇所	ｐ35　問題文（１）
誤	線分 AB を１：２に内分する点を表す複素数を求めよ．
正	線分 AB を２：１に内分する点を表す複素数を求めよ．

※内分比率の訂正

■Section　1　問題７

訂正箇所	
誤	ｐ２３−２５
正	以下のページと差し替えになります

■問題 7

$z_1=2+2i$，$z_2=-1+3i$ とし，複素数平面において $\mathrm{P}(z_1)$，$\mathrm{Q}(z_2)$ とする．また原点を O とし，直線 OQ に関して点 P と対称な点を $\mathrm{R}(z_3)$ とおく．

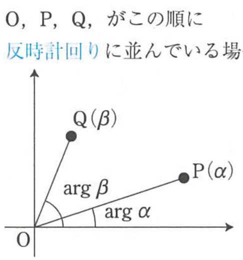
(1)　$\angle\mathrm{POQ}=\theta\,(0\leqq\theta\leqq2\pi)$ とおくとき，$\cos\theta+i\sin\theta$ を求めよ．

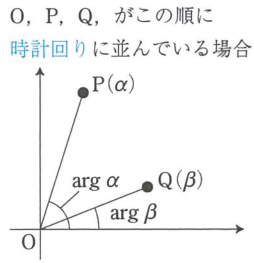
(2)　z_3 を求めよ．

ここがPoint《2 直線のなす角，線対称な点》

1. 直線のなす角

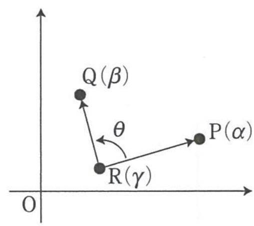
複素数平面上において，0 でない 2 つの複素数 α，β $(\alpha\neq\beta)$ が表す点を $\mathrm{P}(\alpha)$，$\mathrm{Q}(\beta)$ とする．原点を O とするとき，$\angle\mathrm{POQ}$ を求めよう．





実軸と線分 OP がなす角は $\arg\alpha$，実軸と線分 OQ がなす角は $\arg\beta$ であるから

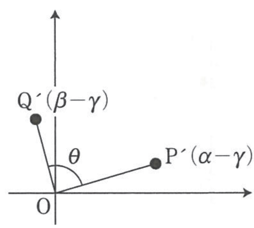
$$\angle\mathrm{POQ}=|\arg\beta-\arg\alpha|=\left|\arg\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)\right|$$



相異なる 3 つの複素数 α，β，γ が表す点をそれぞれ点 $\mathrm{P}(\alpha)$，$\mathrm{Q}(\beta)$，$\mathrm{R}(\gamma)$ とするとき，$\angle\mathrm{PRQ}=\theta$ とすると，$\overrightarrow{\mathrm{RP}}$ を θ 回転したのが $\overrightarrow{\mathrm{RQ}}$ であるから，$\overrightarrow{\mathrm{RP}}$ を表す複素数 $\alpha-\gamma$ と $\overrightarrow{\mathrm{RQ}}$ を表す複素数 $\beta-\gamma$ を用いて

$$\angle\mathrm{PRQ}=\left|\arg\left(\frac{\beta-\gamma}{\alpha-\gamma}\right)\right|$$

と表せる．

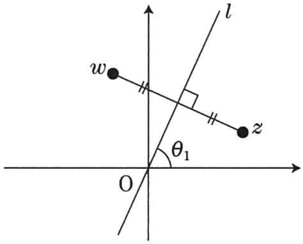


(注) $\angle\mathrm{PRQ}$ は点 R を原点に一致するように点 P，Q を平行移動して求めることもできる (右下図参照)．

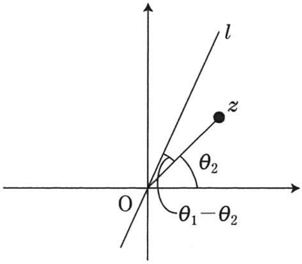
2. 直線に関して対称な点

直線 l を，原点を通り実軸とのなす角が θ_1 である直線とする．

点 z を**直線 l に関して対称移動した点を w とする**とき，w は次のようにして求めればよい．

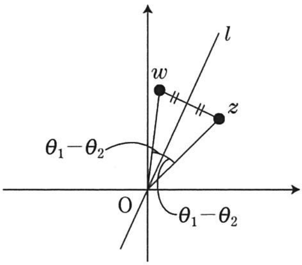


(i) z の偏角 θ_2 を求める．l と直線 Oz のなす角は $\theta_1-\theta_2$.



(ii) w は直線 l に関しての z の対称点なので，z を原点のまわりに $2(\theta_1-\theta_2)$ 回転したものが w となる．

$w=\{\cos 2(\theta_1-\theta_2)+i\sin 2(\theta_1-\theta_2)\}z$



|解答|

(1)　$\theta=\angle \mathrm{POQ}=\arg\left(\dfrac{z_2}{z_1}\right)$ である.

$$\frac{z_2}{z_1}=\frac{-1+3i}{2+2i}$$
$$=\frac{(-1+3i)(1-i)}{2(1+i)(1-i)}$$
$$=\frac{2+4i}{4}=\frac{1+2i}{2}$$
$$=\frac{\sqrt{5}}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{5}}+\frac{2}{\sqrt{5}}i\right)$$

であるから

$$\cos\theta+i\sin\theta=\boldsymbol{\frac{1}{\sqrt{5}}+\frac{2}{\sqrt{5}}i}$$

⬅ 3点O，P，Qはこの順に時計回りに並んでいるので

$\angle \mathrm{POQ}=\arg z_2-\arg z_1$

$=\arg\left(\dfrac{z_2}{z_1}\right)$

⬅ $\dfrac{z_2}{z_1}=r(\cos\theta+i\sin\theta)$ となるように変形する.

(2)　(1)より,

$z_3=(\cos 2\theta+i\sin 2\theta)z,$

ここで $\cos\theta=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$，$\sin\theta\dfrac{2}{\sqrt{5}}$ より

$$\cos 2\theta=2\cos^2\theta-1$$
$$=2\cdot\frac{1}{5}-1=-\frac{3}{5}$$
$$\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta$$
$$=2\cdot\frac{2}{\sqrt{5}}\cdot\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{4}{5}$$

したがって

$$z_3=\left(-\frac{3}{5}+\frac{4}{5}i\right)(2+2i)$$
$$=\boldsymbol{-\frac{14}{5}+\frac{2}{5}i}$$